AULA 2

Grandezas, medidas e unidades

Metas da aula

Definir grandezas escalares e vetoriais e os conceitos de matéria, massa e força. Introduzir o conceito de unidades fundamentais e unidades derivadas de medida, bem como os sistemas de unidades.

objetivos

Espera-se que, após estudar o conteúdo desta aula, você seja capaz de:

- distinguir grandezas escalares de grandezas vetoriais;
- diferenciar unidades de medida fundamentais de derivadas;
- converter unidades de um sistema em outro;
- efetuar operações com grandezas escalares e vetoriais.

INTRODUÇÃO

Antes de iniciarmos nossa viagem ao mundo microscópico, vamos definir alguns conceitos muito importantes que serão usados ao longo de todo o nosso curso.

GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS

Várias palavras que comumente usamos podem ser utilizadas com diferentes sentidos. Quando você quer uma ajuda de alguém, você diz: "me dá uma força?". Usamos também a palavra força para expressar o vigor físico de uma pessoa: "ele tem muita força". Ou mesmo para indicar um ato violento: "ele foi retirado à força da festa". Mas a palavra força também é usada para expressar o "esforço" que temos de fazer para realizar alguma ação, como levantar da cama, empurrar o carro que enguiçou etc.

Você certamente já ouviu falar da palavra grandeza. Ela também é empregada de diferentes formas no nosso dia-a-dia. Por exemplo, quando uma pessoa se acha muito importante, dizemos que ela tem "mania de grandeza". Essa mesma palavra pode ser usada com o sentido de tamanho: "grandeza da sala".

Palavras como força, grandeza e muitas outras do nosso vocabulário comum aparecem com freqüência nos textos de ciências. Entretanto, enquanto essas palavras podem ser usadas com diferentes significados no nosso dia-a-dia, seu *significado científico deve ser único e precisamente definido*. Se cada um de nós resolvesse, por exemplo, definir *força* de uma maneira diferente, não teríamos como transmitir o conhecimento científico entre as pessoas, já que para cada uma delas a palavra força poderia ter um significado diferente. Poderíamos dizer o mesmo para qualquer GRANDEZA.

GRANDEZA

Em ciência, grandeza é qualquer coisa que pode ser medida e a ela atribuído um valor numérico.

Por exemplo, podemos medir a temperatura de um objeto, a nossa altura, a velocidade com que um carro está se deslocando, o volume de uma caixa de água. Portanto, em ciência, temperatura, velocidade e volume *são exemplos de grandezas.*

Porém, embora possamos dizer que uma pessoa é muito vaidosa, ou pouco generosa, ou alegre, não temos como *medir* a vaidade, a generosidade ou a alegria. Conseqüentemente, vaidade, generosidade ou alegria *não são* grandezas.

As grandezas podem ser de dois tipos, que chamamos de *escalares e vetoriais*. Qual a diferença entre os dois tipos de grandeza? Vejamos.

Vamos supor que você esteja procurando a casa de um amigo. Você já esteve lá uma vez, mas não se lembra do nome da rua. Entretanto, você se lembra de um bar, numa esquina próxima de onde seu amigo mora. E também se lembra de que o dono do bar conhece o seu amigo. Assim, você resolve entrar no bar (**Figura 2.1**) para pedir informação.

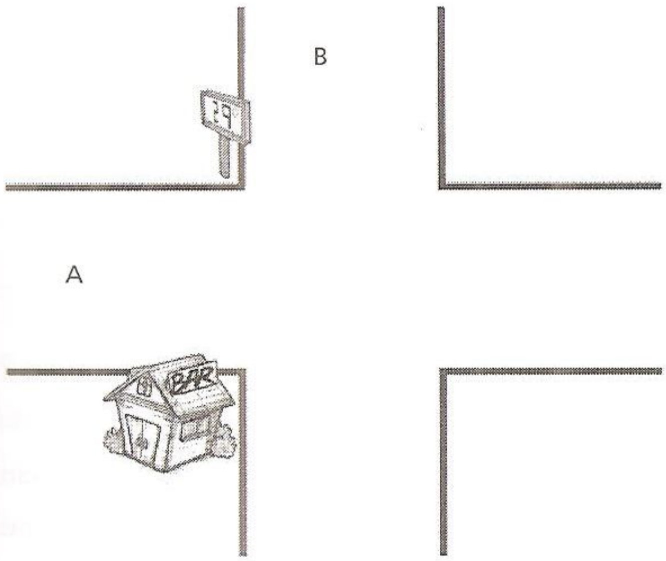


Figura 2.1: Deslocamento como exemplo de grandeza.

O dono do bar lhe informa que o seu amigo mora a *duzentos metros* dali. Ou seja, ele lhe forneceu a *distância* do bar até a casa do seu amigo.

Só com essa informação você seria capaz de chegar à casa do seu amigo? Claro que não. Diante dessa resposta, você imediatamente perguntaria: na rua A ou B? Ou seja, você perguntaria em que *direção* seguir ao sair do bar. O dono do bar lhe diz que a casa fica na rua A. Mas isso ainda não seria suficiente, e eu aposto que você, em seguida, perguntaria: "para a direita, ou para a esquerda, ao sair do bar?". Ao fazer essa pergunta, sem perceber você estava querendo saber em que *sentido* ir, na rua A, ao sair do bar.

Você agradece. Quase já na porta do bar, o dono lhe pergunta se você consegue ver a temperatura no termômetro do outro lado da rua. Você responde: "29 graus". E ele se dá por satisfeito.

Para definir como chegar do bar à casa do seu amigo, foram necessárias três informações: a distância (um *número*), a *direção* (rua A) e o *sentido* (esquerda ou direita). Só com o número você não chegaria à casa do seu amigo. Por outro lado, com essas três informações você sabe exatamente como se *deslocar* do bar até a casa do seu amigo.

Uma *grandeza vetorial, ou simplesmente vetor*, é, por definição, uma grandeza que necessita de um valor (número), uma direção e um sentido para ser perfeitamente determinada. *Deslocamento* é, portanto, uma grandeza vetorial, ou um vetor. O *valor* de uma grandeza vetorial é também chamado de *magnitude ou módulo* da grandeza. Por exemplo, a distância que você percorreu do bar até a casa do seu amigo é o módulo do vetor deslocamento.

> **!** Uma grandeza vetorial necessita de uma magnitude, direção e sentido para ser perfeitamente determinada.

Voltando ao bar, por que o dono se deu por satisfeito quando você lhe disse que a temperatura era de 29 graus? Porque, para especificar a temperatura, basta o valor (magnitude) dela, não é? Logo, a temperatura é um tipo diferente de grandeza. A temperatura é uma *grandeza escalar.*

> **!** Uma grandeza escalar é determinada unicamente pela sua magnitude.

Outros exemplos de grandezas escalares são: volume, comprimento, pressão e tempo.

Para diferenciar uma grandeza vetorial de uma escalar, coloca-se uma seta sobre o símbolo usado para representar a grandeza. Por exemplo, se usarmos a letra *d* para representar o deslocamento do bar à casa do seu amigo, a grandeza vetorial é representada por $\vec{d}$.

A grandeza velocidade seria escalar ou vetorial? Bem, para responder a essa pergunta temos, antes de tudo, que definir precisamente o que é velocidade. Suponha um carro se movimentando numa rua. A velocidade do carro é uma medida de como *a posição do carro varia com o tempo*. Se marcarmos o tempo *t* que o carro levou para se deslocar de uma distância *d* conhecida, podemos definir a *velocidade média* do carro $< v >$, no trecho percorrido, da seguinte maneira:

$$\langle \mathrm{v} \rangle = \frac{d}{t} \qquad (1).$$

Agora lhe perguntamos: se você souber a posição inicial do carro e a sua velocidade média, você saberia dizer onde o carro estaria depois de ter andado um certo tempo t? Acho que não. Você saberia o quanto ele andou (distância), mas não em que direção e sentido. Portanto, você não saberia dizer onde o carro se encontraria depois de andar durante o tempo t. Logo, um valor numérico não é suficiente para especificar completamente a grandeza velocidade. Precisamos da magnitude, da direção e do sentido. Ou seja, a velocidade é uma grandeza vetorial.

> **!**
> A velocidade é uma grandeza vetorial. Ela é uma medida de como a posição de um objeto qualquer varia com o tempo.

Repare que poderíamos ter chegado a essa mesma conclusão examinando a equação (1). Sabemos que o deslocamento é uma grandeza vetorial, enquanto o tempo é uma grandeza escalar. Logo, se a velocidade, por definição, é a razão entre o deslocamento e o tempo gasto para efetuá-lo, ela tem de ser uma grandeza vetorial, você concorda?

Uma vez estabelecido que a velocidade é uma grandeza vetorial, a equação (1) precisa ser reescrita, de forma a distinguir os tipos de grandezas nela presentes:

$$\langle \vec{\mathrm{v}} \rangle = \frac{\vec{d}}{t} \ . \ (2)$$

ATIVIDADE

1. Grandeza escalar e grandeza vetorial

A grandeza aceleração é uma medida de como a velocidade de um objeto varia com o tempo. Essa grandeza é escalar ou vetorial? Por quê?

____

____

____

RESPOSTA COMENTADA

Uma vez que a aceleração é a razão entre a variação da velocidade (grandeza vetorial) e o tempo (grandeza escalar), chega-se à conclusão de que a aceleração é uma grandeza vetorial. Ela pode ser escrita como $\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$.

Outra palavra que usamos com freqüência em ciência é matéria. Sou capaz de apostar que, ao ouvir essa palavra, você imediatamente pensará na matéria da prova, não é? Já para um jornalista, matéria é um artigo ou um texto qualquer que ele prepara para ser publicado no jornal. Para a ciência, o que é matéria? Matéria é tudo que ocupa lugar no espaço e possui massa.

Na definição de matéria, aparece outra palavra, de uso muito freqüente, tanto em ciência como no nosso dia-a-dia: *massa*. Qual o seu significado científico?

Para entender o significado da palavra massa, vamos imaginar a seguinte situação. O carro do seu amigo está enguiçado e ele pede a sua ajuda para fazer o carro "pegar". Você muito provavelmente já passou por essa experiência. Para colocá-lo em movimento, você começa a empurrar o carro, ou seja, você começa a exercer uma "força" sobre o carro. Aos poucos, dependendo de quão forte você seja, o carro começa a se movimentar e, se você colocar mais força ainda, o carro começará a andar cada vez mais depressa, não é? Mas, se a velocidade do carro está mudando, ele está sendo acelerado.

Não sei quantos tipos diferentes de carro você já empurrou, mas creio que você concordará comigo que é muito mais fácil empurrar um *Fusca* do que uma *van*. Para colocar a *van* em movimento, você precisará "fazer" mais força do que no caso do *Fusca*. Em outras palavras, uma *van resiste* mais do que o *Fusca* para entrar em movimento e também para ter a sua velocidade aumentada, quando já em movimento.

Estas duas últimas observações podem ser condensadas numa só: a *van* resiste mais a ser acelerada do que o *Fusca*. Em ciência, a massa de um objeto é, por definição, uma medida da resistência que ele oferece para se alterar o seu estado de movimento. Portanto, é mais difícil empurrar a *van* porque a sua *massa* é maior do que a do *fusca*. A massa é uma *grandeza escalar.*

!

A massa de um objeto é uma medida da resistência que ele oferece à alteração do seu estado de movimento.

Você, provavelmente, diria que é mais difícil empurrar a *van* porque ela é mais pesada do que o *Fusca*. Isto não deixa de ser verdade, pelo menos aqui na Terra. Embora essas palavras sejam usadas indistintamente no nosso dia-a-dia, em ciência, *massa e peso* são duas grandezas distintas, como veremos.

Para definir massa, tivemos de falar de força e de aceleração. Já sabemos que, em ciência, a grandeza aceleração mede como a velocidade de um objeto muda com o tempo. Portanto, pela sua própria definição, a *aceleração é uma grandeza vetorial.*

Para acelerar o carro, tivemos de empurrá-lo. Ou seja, para alterar o seu estado de movimento tivemos de "fazer" força para empurrá-lo.

> !
> Portanto, força, em ciência, é qualquer agente capaz de mudar o estado de movimento de um objeto.

Ao aplicar uma força a um objeto, sabemos que ele se deslocará, caso a força seja suficiente para vencer a sua resistência ao movimento (massa). Mas, se não especificarmos em que direção e sentido a força deve ser aplicada, não saberemos para onde o objeto se deslocará. Portanto, a *força é uma grandeza vetorial.*

Da sua experiência de empurrar carros (ou outro objeto qualquer), você percebe claramente que quanto maior for a massa do objeto maior será a força necessária para fazê-lo se deslocar. Você também percebe que, para um mesmo objeto, quanto maior a força empregada maior será a aceleração. Portanto, força, massa e aceleração são grandezas que devem estar relacionadas.

A experiência mostra que a relação entre essas três grandezas pode ser expressa por meio de uma relação muito simples, conhecida como *segunda lei de Newton:*

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (3)$$

> !
> Nos cursos de Física, você estudará as três leis de Newton. Por ora, necessitamos apenas do resultado da segunda lei para prosseguirmos.

ATIVIDADE

2. Grandezas

Das grandezas a seguir, quais são vetoriais e quais são escalares?

(a) comprimento
(b) peso
(c) volume
(d) densidade

RESPOSTA COMENTADA

(a) Comprimento é uma grandeza escalar. Pense no comprimento de uma bengala, por exemplo. Se você ouve de alguém que a bengala tem 1 metro, esta informação basta. Você não vai querer saber direção ou sentido, não é?
(b) Peso é um tipo de força. Portanto, é uma grandeza vetorial. Como você viu na equação (3), a força é o produto da massa pela aceleração. No caso do peso, a aceleração é a da gravidade que sempre aponta "para baixo", ou seja, para o centro da terra. Não confundir, portanto, peso com massa.
(c) O volume também é escalar. Pense no volume d'água numa garrafa.
(d) Densidade (d) é a razão entre massa (m) e volume (V), ou seja, $d=m/V$. Já vimos que a massa e o volume são escalares. Portanto, a densidade como é o resultado de uma divisão de escalares, só pode ser escalar.

UNIDADES FUNDAMENTAIS DE MEDIDA

Definimos grandeza como sendo qualquer coisa que pode ser medida. Em seguida, distinguimos dois tipos de grandezas: escalares e vetoriais. Grandeza escalar seria aquela perfeitamente definida pelo seu valor numérico (magnitude), enquanto uma grandeza vetorial necessitaria de magnitude, direção e sentido para ser perfeitamente definida.

Entretanto, para medir uma grandeza, temos de compará-la com uma *quantidade padrão*, de mesma natureza. Esta quantidade padrão é chamada de *unidade de medida*.

As *definições* que demos acima, de grandezas escalares e vetoriais, estão, na verdade, *incompletas*. Se o dono do bar tivesse dito que a casa do seu amigo ficava a duzentos dali, isso não faria o menor sentido.

Você certamente perguntaria: Duzentos o quê? Duzentos *metros*. Agora sim, faz sentido. O valor de uma grandeza só tem sentido quando acompanhado da *unidade* em que ela foi medida. Neste caso, o dono do bar usou o *metro* como unidade de comprimento.

Por outro lado, quando você lhe disse que o termômetro estava marcando 29 graus, ele se deu por satisfeito. Por quê? Porque, para o caso da temperatura, contrariamente a outras grandezas, praticamente só usamos uma unidade: grau **CELSIUS**. Estamos tão acostumados com o fato de que temperatura é sempre medida em graus Celsius, que omitimos a unidade quando nos referimos a essa grandeza. Os relógios-termômetro, espalhados pelas ruas das principais cidades do nosso estado, indicam a temperatura tal qual você informou para o dono do bar: 29°. Mas o correto seria indicar também a unidade que está sendo usada para medi-la: 29°C.

CELSIUS

A escala Celsius de temperatura foi construída de tal forma que o zero da escala corresponde ao ponto de fusão do gelo (temperatura em que a água sólida – ou seja, o gelo – se transforma em água líquida), enquanto o ponto de ebulição da água (aquele em que o líquido passa para a fase vapor) é o de 100 graus. O nome da escala é uma homenagem ao astrônomo sueco Anders Celsius (1701-1744), que foi quem a propôs. A unidade é representada pelo símbolo ºC.

Se no nosso dia-a-dia usamos sempre graus Celsius como unidade de temperatura, o mesmo não acontece na literatura científica. Existem outras unidades de medida, como o grau *Fahrenheit* (usada nos países de língua inglesa, em substituição ao grau Celsius) e a escala *Kelvin*. Estas escalas serão discutidas mais detalhadamente em disciplina futura.

> **!**
> Em ciência, o valor de uma grandeza só tem significado quando for também indicada a unidade usada na sua medida.

Em ciência, *é indispensável* a indicação da unidade que está sendo usada para medir uma grandeza. Portanto, é fundamental que você se habitue, desde já, a sempre indicar a unidade que foi usada para expressar o valor de qualquer grandeza.

A escolha da unidade que utilizamos para expressar o valor de uma grandeza é, em princípio, arbitrária. Em geral, escolhemos a unidade mais adequada para a grandeza que queremos medir. Por exemplo, é muito mais prático expressar a distância entre as cidades do Rio de Janeiro e Campos em quilômetros do que em metros. Por outro lado, é muito mais prático expressar as dimensões de uma pequena caixa em centímetros do que em metros. Portanto, mesmo que escolhamos o *metro* (abreviado como m) como unidade fundamental de comprimento, do ponto de vista prático seria conveniente introduzir unidades *múltiplas* e *submúltiplas* do metro.

Essas unidades são obtidas multiplicando-se ou dividindo-se a unidade fundamental por um número inteiro:

1 quilômetro	=	1 metro x 1.000
1 centímetro	=	1 metro /100
1 milímetro	=	1 metro /1.000

A unidade fundamental de massa foi escolhida como sendo o *grama* (g). Entretanto, nem sempre é conveniente expressar massa em gramas. Assim, da mesma forma que fizemos com o metro, podemos criar as unidades múltiplas e submúltiplas do grama.

Um grande número de unidades múltiplas e submúltiplas pode ser criado a partir das unidades fundamentais. Para designá-las, adicionamos um prefixo à unidade fundamental. Esse prefixo serve para indicar a relação entre a unidade múltipla ou submúltipla e a unidade fundamental. Os prefixos mais comuns estão relacionados na tabela abaixo.

Tabela 2.1: Prefixos para unidades múltiplas e submúltiplas.

Prefixo para unidades múltiplas	Fator multiplicativo	Símbolo
Tera	10^{12}	T
Giga	10^{9}	G
Mega	10^{6}	M
Kilo	10^{3}	K
Hecto	10^{2}	H
Deca	10	Dc

Prefixo para unidades submúltiplas	Fator divisor	Símbolo
Deci	10	d
Centi	10^{2}	c
Mili	10^{3}	m
Micro	10^{6}	μ
Nano	10^{9}	n
Pico	10^{12}	p
Fento	10^{15}	f

A unidade fundamental de tempo é o *segundo*. Mas, se alguém lhe perguntar sua idade (tempo decorrido desde o seu nascimento até o instante da pergunta), você não vai dar a resposta em segundos, não é?

Mesmo porque você teria de "atualizar" a sua idade a cada segundo. Você dirá que tem tantos *anos*.

No caso especial da grandeza tempo, só utilizamos os prefixos da tabela anterior para as unidades submúltiplas: milisegundo, picosegundo etc. Isso porque os fatores que relacionam as unidades múltiplas com a unidade fundamental, o segundo, não são mais aqueles indicados na tabela.

1 minuto	=	60 segundos
1 hora	=	3.600 segundos
1 dia	=	86.400 segundos
1 mês	≈	2.592.000 segundos
1 ano	≈	31.104.000 segundos

! O símbolo ≅ significa aproximadamente igual a.

UNIDADES E GRANDEZAS DERIVADAS

A escolha das unidades fundamentais para as grandezas massa, comprimento e tempo pode ser feita de maneira totalmente arbitrária, porque essas grandezas *não estão diretamente relacionadas entre si.*

Entretanto, para grandezas que são definidas a partir de relações envolvendo massa, comprimento e tempo, a escolha arbitrária de uma unidade de medida pode trazer complicações desnecessárias. Vejamos um exemplo.

A grandeza velocidade foi definida pela expressão (2):

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{d}}{t}$$

ou seja, a grandeza velocidade é definida por uma relação entre duas outras para as quais já definimos as unidades fundamentais. Assim, a própria definição da grandeza velocidade determina que a *unidade de velocidade* seja *1 metro por segundo* (1m/s).

Por outro lado, se resolvêssemos adotar 1km/h (1 quilômetro por hora) como unidade de velocidade, a equação acima teria de ser modificada. Já que 1km corresponde a 1.000m, podemos escrever a relação como $\frac{1km}{1.000m}$. Por outro lado, 1h corresponde a 3.600s, o que leva a $\frac{1h}{3.600s}$. Para chegarmos a um *fator de conversão*, devemos dividir o primeiro fator pelo segundo, o que é equivalente a multiplicar o primeiro pelo inverso do segundo. Desse modo, obtemos o fator de conversão

$$\frac{1km}{1.000m} \times \frac{3.600s}{1h} = \frac{18}{5}\frac{km}{h}\frac{s}{n}.$$

Se quisermos expressar em km/h a velocidade medida em m/s, basta multiplicarmos o valor medido por este fator. Por exemplo, se desejamos expressar a velocidade de 5 m/s em km/h, basta multiplicar pelo fator obtido acima. Vejamos:

$$\frac{18}{\cancel{5}}\frac{km}{h}\frac{\cancel{s}}{m} \times 5\frac{\cancel{m}}{s} = 18\frac{km}{h}$$

Assim, se a distância for medida em metros, o tempo em segundos e a unidade de velocidade escolhida for km/h, a equação de definição da velocidade teria de ser reescrita como:

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{18}{5}\frac{\vec{d}}{t}$$

ATIVIDADE

3. Fórmula de definição da velocidade

Sabendo que uma milha terrestre é equivalente a 1.600 metros, determine o fator a ser incluído na fórmula de definição da velocidade, para que a unidade seja milha/hora.

RESPOSTA COMENTADA

$\frac{1mi}{1.600m} \times \frac{3.600s}{1h} = \frac{9}{4}\frac{km}{m}\frac{s}{h}$, *portando o fator é 9/4.*

Convenhamos, isso não é nada prático. Esse mesmo tipo de problema ocorreria se escolhêssemos arbitrariamente a unidade de medida de qualquer outra grandeza (força, por exemplo) definida através de relações envolvendo massa, tempo ou comprimento.

Portanto, a maneira mais prática de se definir a unidade de medida de uma grandeza é através da sua própria fórmula de definição.

ATIVIDADE

4. Fórmulas de definição

Usando as fórmulas de definição das grandezas aceleração (ver Atividade 1) e força (equação 3), determine as unidades de medida de cada uma dessas grandezas, tomando como unidades fundamentais o metro, o segundo e o quilograma.

____

____

____

____

____

RESPOSTA COMENTADA

A aceleração é dada por $\vec{a}=\frac{\vec{v}}{t}$. *Uma vez que a velocidade é dada em m/s e o tempo em segundos, teremos ,*

$$a = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s} \times \frac{1}{s} = \frac{m}{s^2}$$

que se lê "metro por segundo ao quadrado". Já a força é dada por $\vec{F}=m\vec{a}$. *Então, teremos* $F=kg\frac{m}{s^2}$.

As equações usadas para determinar as unidades de medida das várias grandezas são chamadas de equações fundamentais.

As grandezas cujas unidades de medida são escolhidas de forma independente (por exemplo, massa, tempo e comprimento) são chamadas de *grandezas fundamentais*, e suas unidades de medida são as *unidades fundamentais*.

As grandezas cujas unidades são obtidas a partir de equações fundamentais são chamadas de *grandezas derivadas* (por exemplo, velocidade, aceleração, força). As unidades de medida dessas grandezas são chamadas de *unidades derivadas*.

SISTEMAS DE UNIDADES

Como mencionamos anteriormente, a escolha da unidade de medida de uma grandeza é, em princípio, arbitrária, mas, em geral, escolhemos uma unidade que seja adequada para a grandeza que queremos medir. Por exemplo, usamos quilômetros para medir grandes distâncias e anos para indicar a nossa idade.

Ao longo dos vários séculos de desenvolvimento da ciência, pesquisadores de diferentes partes do mundo realizaram diferentes tipos de experiências e usaram as mais diversas unidades para expressar os valores das grandezas medidas.

Independentemente dos critérios que cada um possa ter usado na escolha das suas unidades de medida, a utilização de *diferentes unidades* para expressar o valor *de uma mesma grandeza* dificulta a troca de informação científica.

Imagine que você e dois amigos resolvam medir a velocidade de um carro passando por uma rua do seu bairro. Para isso, vocês vão determinar o tempo que ele levará para ir do ponto A ao ponto B.

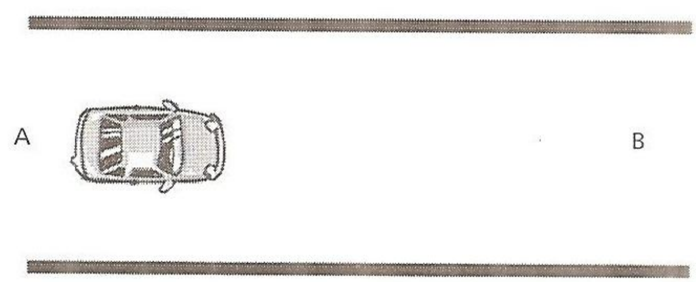


Figura 2.2: Um carro passando por uma rua, indo do ponto A ao B.

Antes de o carro passar pela rua, cada um de vocês mede o comprimento do trecho que vai de A até B. Em seguida, cada um com seu cronômetro, vocês aguardam a passagem do carro. Feita a medida, vocês resolvem comparar os valores obtidos:

Seu valor: 120

Primeiro amigo: 33

Segundo amigo: 74

Bem, era razoável esperar que os valores não coincidissem. Seria quase impossível imaginar que todos vocês disparassem e travassem os cronômetros *exatamente* nos mesmos instantes. Além disso, na medida do comprimento do trecho AB, o erro cometido por cada um de vocês poderia ser diferente. Mas as diferenças entre os três valores obtidos são muito grandes e não podem ser atribuídas a esses fatores. Essa diferença vem do fato de você ter escolhido quilômetro por hora (*km/h*) como unidade de velocidade, enquanto seus amigos escolheram metro por segundo (*m/s*) e milha por hora (*mi/h*) respectivamente.

Transformar quilômetro por hora em metro por segundo ou mesmo em milha por hora não chega a ser um problema. Mas, para outras *grandezas derivadas*, definidas por equações que envolvem várias outras grandezas, essa mistura de unidades pode se tornar um grande transtorno.

Na busca por uma maneira prática e racional de expressar os valores das grandezas, vários *sistemas de unidades* foram introduzidos em diferentes países. Os sistemas foram construídos com base em algumas poucas unidades fundamentais, a partir das quais todas as demais são derivadas.

Por exemplo, o sistema *CGS* foi desenvolvido por vários cientistas ingleses, a partir de uma proposta de Thomson. As unidades fundamentais desse sistema são o centímetro (*C*), o grama (*G*) e o segundo (*S*). Em 1881, esse sistema foi adotado internacionalmente.

O sistema *MKS* foi introduzido em 1911 pelo engenheiro italiano, Giovani Giorgi. Suas unidades fundamentais são o metro (*M*), o quilograma (*K*) e o segundo (*S*).

A idéia de desenvolver sistemas de unidades teve como objetivo estabelecer uma forma sistemática e racional de expressar o valor das grandezas. Entretanto, devido à proliferação de sistemas de unidades, ao longo dos anos, cientistas de todas as partes do mundo passaram a sentir a necessidade de se adotar um *único* sistema.

O sistema internacional de unidades (*SI*) começou a ser adotado por volta de 1960. No Brasil, esse sistema passou a ser considerado como o sistema oficial em 1962. O sistema SI deriva do sistema métrico decimal, introduzido na França em 1789. As unidades fundamentais deste sistema são mostradas na **Tabela 2.2**. Talvez você nunca tenha ouvido falar de algumas dessas unidades. Não se preocupe, pois elas serão definidas, no devido tempo, ao longo do nosso curso.

Tabela 2.2: Unidades fundamentais do Sistema Internacional de Unidades (SI)

Grandeza Física	Nome da Unidade	Símbolo
Massa	Quilograma	kg
Comprimento	Metro	M
Tempo	Segundo	S
Corrente elétrica	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidade da luz	Candela	cd
Quantidade de substância	Mol	mol

ATIVIDADE

5. Unidades fundamentais e derivadas

Usando as unidades fundamentais vistas anteriormente, determine as unidades derivadas das seguintes grandezas:

a. pressão = força/área

b. massa específica = massa do corpo/volume do corpo

c. energia cinética = massa x (velocidade)2

RESPOSTA COMENTADA

a. Vimos na Atividade 4 que a unidade de força é kg.m/s². *Área é o produto de dois comprimentos, portanto sua unidade será m x m = m². Como pressão (p) é força dividida por área, teremos*

$$p = \frac{kg\frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg.\cancel{m}}{m^2s^2} = \frac{kg}{ms^2};$$

b. A unidade de massa é kg. A unidade de volume é m x m x m = m³. Logo, a unidade de massa específica é kg/m³;

c. A unidade de velocidade é m/s. A unidade de velocidade ao quadrado será, portanto, m²/s². Logo, a unidade de energia cinética é kg.m²/s².

OPERAÇÕES COM GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS

Você já aprendeu que existem grandezas escalares e vetoriais. As grandezas escalares só necessitam de um número (módulo) e da unidade em que elas foram medidas para serem perfeitamente definidas. Portanto, podemos somar, subtrair, multiplicar e dividir grandezas escalares da mesma maneira que fazemos com números puros (sem unidades). Claro está que as unidades devem ser compatíveis, ou seja, não podemos somar uma área medida em m^2 com outra medida em cm^2. Antes de somarmos os números, temos de colocá-los numa mesma unidade, seja m^2 ou cm^2.

Além disso, as grandezas também têm de ser compatíveis. Por exemplo, não podemos somar ou subtrair uma área de um comprimento, ou um volume de uma área. Por outro lado, podemos multiplicar um comprimento por uma área (nas unidades compatíveis), pois este produto define uma nova grandeza, o volume. Será que podemos fazer as mesmas operações com os vetores?

Você estudará vetores (grandezas vetoriais), em maior detalhe, tanto nos cursos de Física, quanto nos de Cálculo. Entretanto, faremos uma breve introdução às operações com vetores, já que vamos fazer uso delas, muito em breve, no nosso curso. Para que possamos efetuar operações com vetores, temos de achar uma maneira de representá-los. As grandezas escalares são representadas por números, mas para os vetores temos de indicar sua direção e seu sentido.

Podemos representar um vetor $\vec{A}$, por um segmento de reta, na direção do vetor, e de tamanho igual ao módulo do vetor. O sentido do vetor é indicado por uma seta colocada numa das pontas do segmento de reta:

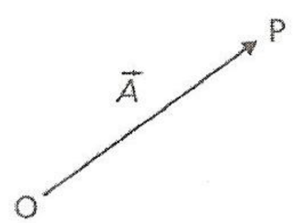


Figura 2.3: Vetor $\vec{A}$.

Os pontos O e P definem a *origem* e a *extremidade* do vetor, respectivamente. Um outro vetor $\vec{B}$, de mesmo módulo e direção do vetor acima, mas de sentido contrário, teria a seguinte representação:

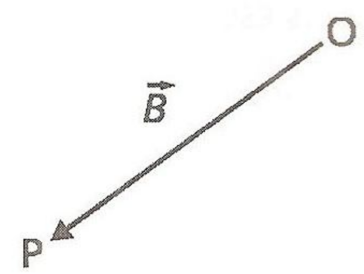


Figura 2.4: Vetor $\vec{B}$.

Por razões práticas, nem sempre podemos representar um vetor por um segmento de reta de tamanho igual ao seu módulo. Por exemplo, como representar, numa folha de papel, um vetor deslocamento de 40 metros de módulo? Não dá, não é mesmo? Entretanto, podemos definir um *fator de escala* de forma a podermos representar o vetor. Se cada 1 centímetro (cm) do segmento de reta corresponder a 10 metros (m), um segmento de reta de 4cm de comprimento estará representando o vetor de 40m de módulo, numa escala 1:4 (lê-se um para quatro). Isto é, cada centímetro do segmento de reta corresponde, na verdade, a 10 metros.

Adição de vetores

Do mesmo modo que ocorre com grandezas escalares, só podemos somar grandezas vetoriais compatíveis e com módulos expressos numa mesma unidade. Além disso, para utilizarmos a representação gráfica dos vetores a serem adicionados, eles terão de estar expressos no mesmo fator de escala.

Vejamos agora como somar dois vetores, usando suas representações gráficas. Dados os dois vetores abaixo, $\vec{C}$ e $\vec{D}$,

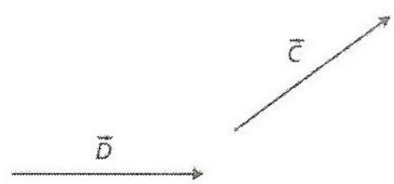


Figura 2.5: Vetores $\vec{C}$ e $\vec{D}$.

podemos determinar o vetor resultante da adição ou, mais simplesmente, a *resultante*, da seguinte maneira. Deslocamos o vetor $\vec{C}$, sem alterar sua direção, sentido e módulo, de forma a colocar sua origem coincidente com a extremidade do vetor $\vec{D}$. Em seguida, unimos a origem do vetor $\vec{D}$ à extremidade do vetor $\vec{C}$. A soma, ou resultante, é o vetor $\vec{R}$. Repare que, ao final da operação, teremos o vetor completamente definido, com seu módulo, direção e sentido.

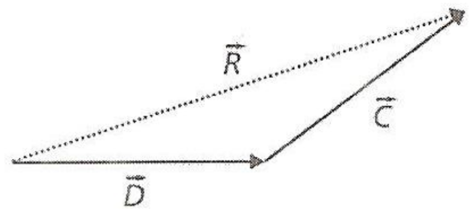


Figura 2.6: A soma dos vetores $\vec{C}$ e $\vec{D}$ tem como resultante o vetor $\vec{R}$.

> Você pode praticar a soma de vetores no *site* :
> http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Applets/Applets1/Vetores/SomaVet.html

Subtração de vetores

Para a operação de subtração, aplicam-se as mesmas restrições discutidas anteriormente, para o caso da adição. Usando os mesmos dois vetores acima como exemplo, podemos mostrar que a operação de subtração é muito similar a da adição. Isto porque a diferença $\vec{D}$-$\vec{C}$, por exemplo, pode também ser escrita como $\vec{D}+\left(-\vec{C}\right)$. Dessa maneira, subtrair o vetor $\vec{C}$ do vetor $\vec{D}$ é o mesmo que somar o vetor $\vec{D}$ ao vetor $-\vec{C}$. Este último vetor tem a mesma direção e módulo do vetor $\vec{C}$, mas o sentido contrário. Portanto, só precisamos inverter o sentido de C e proceder como na adição:

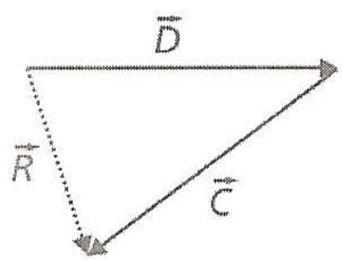


Figura 2.7: Subtração de vetores.

Multiplicação ou produto de vetores

A multiplicação, ou produto, requer um tratamento especial porque, como veremos, existe mais de uma maneira de efetuar essa operação.

Na nossa discussão anterior, introduzimos as grandezas vetoriais velocidade e força, definidas pelas equações (2) e (3), respectivamente:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{d}}{t} \qquad (2)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (3)$$

Dessas duas equações, fica evidente que podemos obter um vetor a partir de outro, através de uma simples multiplicação por uma grandeza escalar. Assim, a força, que é uma grandeza vetorial, é o produto entre uma grandeza escalar, a massa, e uma vetorial, a aceleração. Portanto, a primeira e mais simples operação de multiplicação envolve um vetor e um escalar.

!

O produto de um vetor por um escalar fornece outro vetor, na mesma direção e sentido do vetor original, caso o escalar seja positivo, e no sentido contrário, caso o escalar seja negativo. O módulo do novo vetor é dado pelo produto entre o escalar e o módulo do vetor original.

Na aula passada, falamos muito de trabalho. Trabalho é mais uma dessas várias palavras que usamos com diferentes significados no nosso cotidiano, mas que para a ciência tem um significado único e bem preciso. Entretanto, para a presente discussão, só precisamos definir o que seja trabalho em ciência: Trabalho é a energia transmitida a um objeto para alterar seu estado de movimento.

!

Vamos falar muito sobre esse importante conceito – trabalho – no próximo semestre, na disciplina Química II.

Isso parece estranho, mas nem tanto. Vejamos. Suponha um carro, de massa m, parado na frente da sua garagem. Para tirá-lo dali, você terá de aplicar uma força $\vec{F}$, para deslocá-lo de uma distância $\vec{d}$.

O trabalho realizado é, por definição, o *produto da força aplicada pelo deslocamento causado pela aplicação da força.* Agora veja o seguinte: força e deslocamento são grandezas vetoriais, como já vimos. E o trabalho?

Não é difícil perceber que, para deslocarmos o mesmo carro, de uma mesma distância, em qualquer direção ou sentido, teremos de efetuar a mesma quantidade de trabalho, supondo, é claro, que o carro esteja numa rua igualmente plana, em todas as direções. Portanto, para quantificarmos o trabalho efetuado, não precisamos especificar nem direção nem sentido.

Sendo assim, *trabalho é uma grandeza escalar.* Mas, como o trabalho é, por definição, o produto de dois vetores, temos de definir a operação *produto escalar de dois vetores.*

Dados dois vetores quaisquer, $\vec{A}$ e $\vec{B}$, definimos o *produto escalar* entre eles como sendo o produto entre seus módulos e o co-seno do ângulo formado pelos dois vetores. Para determinar esse ângulo, deslocamos os vetores, sem alterar seus módulos, direção e sentido, de forma que suas origens coincidam:

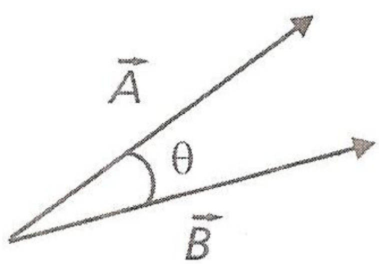


Figura 2.8: Produto escalar de dois vetores.

O produto escalar é indicado por um ponto entre os dois vetores, por razões que veremos logo adiante:

$$\vec{A}.\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|cos\theta$$

Na expressão anterior, $|\vec{A}|$ é o módulo do vetor, numa notação bastante usual.

No *site* a seguir, você poderá ver exemplos de produto escalar de dois vetores:
http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Applets/Applets1/Vetores/ProdInt.html

Finalmente, temos o caso de grandezas vetoriais que são definidas como o produto de duas outras grandezas também vetoriais. Para dar conta dessa situação, temos de definir o *produto vetorial* de dois vetores. Por definição, o produto vetorial entre dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, por exemplo, é um outro vetor $\vec{C}$, cujo módulo é igual ao produto dos módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ pelo seno do ângulo formado entre os vetores:

$$|\vec{C}|=|\vec{A} \times \vec{B}|=|\vec{A}||\vec{B}|sen\theta$$

Nesse caso, para diferenciar o produto vetorial do produto escalar, colocamos o sinal característico de multiplicação (×) entre os dois vetores. O momento angular é um exemplo de grandeza vetorial definida pelo produto vetorial de outras duas grandezas vetoriais:

$$L=\vec{r} \times \vec{p}$$

A direção do novo vetor será sempre perpendicular ao plano formado pelos vetores que estão sendo multiplicados. Na **Figura** 2.9 a seguir, os vetores $\vec{r}$ e $\vec{p}$ estão no plano XY e, conseqüentemente, o vetor resultante estará na direção Z, perpendicular ao plano XY.

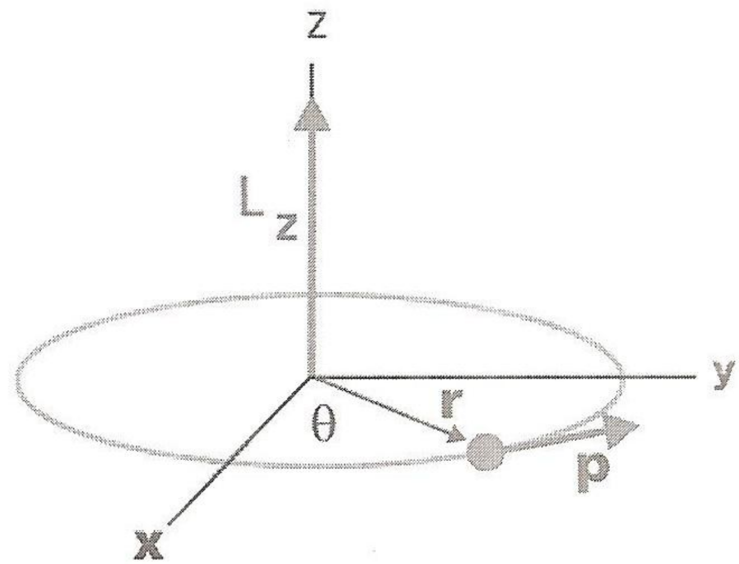


Figura 2.9: Ilustração do produto vetorial. Note que r e p estão no plano XY, enquanto L está na direção Z, indicado como L_z.

Mas como determinar o sentido do vetor resultante? É muito simples. Podemos usar uma regra que é conhecida como *regra da mão direita*. Imagine que o dedo *indicador* da sua mão direita represente o *primeiro vetor* ($\vec{r}$ no nosso exemplo), e que o seu *dedo médio* represente o *segundo vetor* ($\vec{p}$ no nosso exemplo). Com o seu dedo indicador na direção do primeiro vetor e apontando no sentido deste vetor, tente movimentá-lo de forma que ele fique junto do segundo vetor, ou seja, junto do seu dedo médio. Ao efetuar este movimento o sentido do seu *dedo polegar* indicará o sentido do vetor produto. Veja, na **Figura 2.10** a seguir, o resultado dos produtos vetoriais $\vec{u}$ x $\vec{v}$ (à esquerda) e $\vec{v}$ x $\vec{u}$ v x u (à direita):

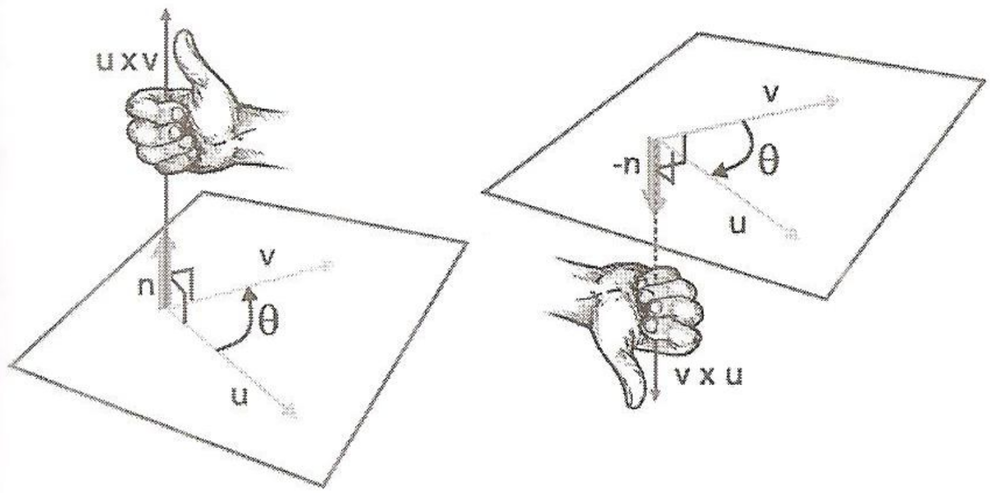


Figura 2.10: Resultados de produtos vetoriais.

Você notou a diferença? O resultado do produto vetorial, contrariamente ao caso do produto escalar, depende da ordem em que os vetores são multiplicados. No exemplo anterior, o vetor produto tem a mesma magnitude e direção em ambos os casos, mas os sentidos são opostos.

ATIVIDADE FINAL

Cálculo com vetores

Considere os dois vetores indicados por $\vec{A}$ e $\vec{B}$ a seguir, cujos módulos são 3 e 4 respectivamente.

a. Calcule o produto escalar entre eles.

b. Calcule o módulo do produto vetorial $\vec{A} \times \vec{B}$.

c. Calcule o módulo do produto vetorial $\vec{B} \times \vec{A}$.

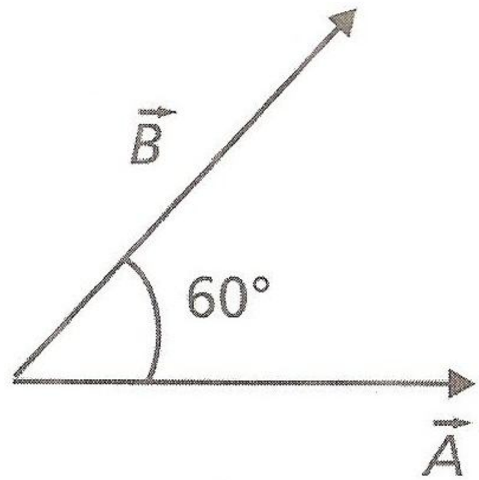
d. Qual é a direção do vetor resultante de $\vec{A} \times \vec{B}$.

e. Qual é a direção do vetor resultante de $\vec{B} \times \vec{A}$.

Dados:

Cos 60° = 0,5

Sen 60° = $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}866$



RESPOSTA COMENTADA

a. O produto escalar é dado por $\vec{A}.\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$. *O ângulo entre os vetores é de 60°,* $\cos\theta = \cos 60° = 0{,}5$. *Como os módulos dos vetores são 3 e 4, teremos que o produto escalar será dado por 3x4x0,5 = 6.*

b. O módulo do produto vetorial é dado por $|\vec{A}\ x\ \vec{B}|=|\vec{A}||\vec{B}|\operatorname{sen}\theta$. *Como* $\operatorname{sen}\theta=\operatorname{sen}60°=\sqrt{3}/2\approx 0{,}866$. *Então o módulo do produto vetorial será dado por 3x4x0,866 = 10,4.*

c. O módulo, neste caso, é o mesmo que o do exercício anterior, pois o produto $|\vec{A}\ x\ \vec{B}|=|\vec{A}||\vec{B}|\operatorname{sen}\theta$ *é igual ao produto* $|\vec{B}\ x\ \vec{A}|=|\vec{B}||\vec{A}|\operatorname{sen}\theta$.

d. Para sabermos em que direção será o produto $\vec{A} x \vec{B}$, *colocamos o dedo indicador na direção de* $\vec{A}$ *e o dedo médio na direção de* $\vec{B}$. *O polegar irá apontar para fora do papel. Portanto, a direção do vetor é perpendicular ao papel, e o sentido é "saindo" do papel.*

e. Para sabermos em que direção será o produto, colocamos o dedo indicador na direção de $\vec{B}$ *e o dedo médio na direção de* $\vec{A}$. *O polegar irá apontar para dentro papel. Portanto, a direção do vetor é perpendicular ao papel, e o sentido é "entrando" no papel.*

RESUMO

Grandeza é qualquer coisa que pode ser medida e a ela atribuído um valor numérico. As grandezas podem ser escalares ou vetoriais. As primeiras são definidas apenas por sua magnitude, enquanto as últimas são definidas por sua magnitude, direção e sentido. São exemplos de grandezas escalares massa, tempo, temperatura, volume etc. Já velocidade, aceleração e força são grandezas vetoriais. A magnitude de uma determinada grandeza é indicada por sua unidade de medida. Há unidades fundamentais e derivadas. A partir das unidades fundamentais e das expressões que definem as unidades derivadas, podemos construir os diversos sistemas de unidades.